СОДЕРЖАНИЕ

Введение.

В древности тригонометрия возникла в связи с потребностями астрономии, землемерия и строительного дела, то есть носила чисто геометрический характер и представляла главным образом «исчисление хорд».

Тригонометрии в настоящее время в школе традиционно уделяется много внимания – сначала в курсе геометрии, затем в курсе алгебры и начал анализа. В задании С1 в ЕГЭ, на математических олимпиадах в старших классах предлагается решить тригонометрическое уравнение или неравенство.

Цель рассмотрения данной темы – формирование у учащихся представлений о тригонометрических уравнениях, развитие логического мышления, овладение математическими знаниями и умениями.

В рамках темы решаются следующие задачи:

1) Образовательные: дать представление о тригонометрических уравнениях; научить владению приемами решения тригонометрических уравнений; углубить знания о тригонометрических уравнениях.
2) Воспитательные: показать роль тригонометрических уравнений; вовлечь учащихся в активную практическую деятельность.
3) Развивающие: научить работать с различными источниками информации; выделять главное и обобщать.

В учебнике Мордковича А.Г. во второй главе «Тригонометрические уравнения» подробно рассматривается решение каждого простейшего тригонометрического уравнения, на основе ранее введенных понятий арксинуса, арккосинуса, арктангенса. В этой же главе рассмотрены такие методы решения: разложение на множители и введение новой переменной; метод решения однородных тригонометрических уравнений. Другие методы решения рассматриваются после изучения третьей главы «Преобразование тригонометрических выражений».

С точки зрения применения учебник Мордковича удобен для самостоятельного изучения учащимися, т.к. он содержит сильную теоретическую базу. Изложение теоретического материала ведётся очень подробно. В условиях острой нехватки часов для проведения занятий в классе возрастает значение самостоятельной работы учеников с книгой. К недостаткам можно отнести не очень большое количество упражнений по этой теме в самом учебнике.

Глава I: Теоретические основы обучения теме «Методика обучения тригонометрическим уравнениям».

§1. Концепция духовно-нравственного воспитания.

Концепция духовно нравственного развития и воспитания личности гражданина России разработана в соответствии с Конституцией Российской Федерации, Законом Российской Федерации «Об образовании», на основе ежегодных посланий Президента России Федеральному собранию Российской Федерации. Концепция является методологической основой разработки и реализации федерального государственного образовательного стандарта общего образования. Концепция представляет собой ценностно-нормативную основу взаимодействия общеобразовательных учреждений с другими субъектами социализации — семьёй, общественными организациями, религиозными объединениями, учреждениями дополнительного образования, культуры и спорта, средствами массовой информации. Целью этого взаимодействия является совместное обеспечение условий для духовно нравственного развития и воспитания обучающихся.

Концепция определяет: характер современного национального воспитательного идеала; цели и задачи духовно нравственного развития и воспитания детей и молодежи; систему базовых национальных ценностей, на основе которых возможна духовно нравственная консолидация многонационального народа Российской Федерации; основные социально педагогические условия и принципы духовно нравственного развития и воспитания обучающихся. Общеобразовательные учреждения должны воспитывать гражданина и патриота, раскрывать способности и таланты молодых россиян, готовить их к жизни в высоко технологичном конкурентном мире. При этом образовательные учреждения должны постоянно взаимодействовать и сотрудничать с семьями обучающихся, другими субъектами социализации, опираясь на национальные традиции.

Важнейшей целью современного отечественного образования и одной из приоритетных задач общества и государства является воспитание, социально педагогическая поддержка становления и развития высоконравственного, ответственного, творческого, инициативного, компетентного гражданина России.

В сфере личностного развития воспитание обучающихся должно обеспечить: готовность и способность к духовному развитию; нравственному самосовершенствованию; самооценке; к реализации творческого потенциала в духовной и предметно продуктивной деятельности; непрерывного образования; укрепление нравственности, формирование морали как осознанной личностью необходимости определённого поведения; развитие совести как нравственного самосознания личности; принятие личностью базовых национальных ценностей и духовных традиций; способность к самостоятельным поступкам и действиям; трудолюбие, бережливость, жизненный оптимизм.

В сфере общественных отношений духовно нравственное развитие и воспитание обучающихся должно обеспечить: осознание себя гражданином России на основе принятия общих национальных нравственных ценностей; готовность граждан солидарно противостоять внешним и внутренним вызовам; развитость чувства патриотизма и гражданской солидарности; бережное отношение к жизни человека, забота о продолжении рода; законопослушность и сознательно поддерживаемый гражданами правопорядок; духовную, культурную и социальную преемственность поколений.

В сфере государственных отношений духовно нравственное развитие и воспитание обучающихся должно содействовать: формированию мотивации к активному и ответственному участию в общественной жизни, формировании власти и участию в государственных делах; повышению доверия к государственным институтам со стороны граждан и общественных организаций; повышению эффективности усилий государства, направленных на модернизацию страны; укреплению национальной безопасности.

§2. ФГОС с учетом данной темы.

Принципиальным отличием современного подхода является ориентация стандартов на результаты образовательных программ. Под результатами понимается не только знания по предмету, но и умения применять эти знания в практической деятельности.

Современному обществу нужны образование нравственные, предприимчивые люди, которые могут: анализировать свои действия; самостоятельно принимать решения, прогнозируя их возможные последствия; отличаться мобильностью; быть способны к сотрудничеству; обладать чувством ответственности за судьбу страны, ее социально - экономическое процветание.

Новизна современного урока математики в условиях введения стандарта второго поколения заключается в следующем: чаще организовать индивидуальные и групповые формы работы на уроке.

Групповая работа №1 «Простейшие тригонометрические уравнения».

вариант 1		**вариант 2**	
Решите уравнения.		Решите уравнения.	
1. $\sin x = -1$	7. $\sin(-2x) = \frac{1}{2}$	1. $\cos x = -1$	7. $\cos(-6x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\cos 5x = 1$	8. $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$	2. $\sin 4x = 1$	8. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3. $\sin\frac{x}{4} = 0$	9. $tg 7x = \frac{\sqrt{3}}{3}$	3. $\cos\frac{x}{2} = 0$	9. $tg\frac{x}{3} = -\sqrt{3}$
4. $\cos\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	10. $tg\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$	4. $\sin 3x = \frac{1}{2}$	10. $tg\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$
5. $\cos 3x = -\frac{1}{2}$		5. $\sin\frac{x}{5} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	
6. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$		6. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	

Групповая работа №2 «Тригонометрические уравнения различных типов»

вариант 1	*вариант 2*
1. $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$	1. $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$
2. $4\sin^2 x - 4\cos x - 1 = 0$	2. $4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$
3. $\sin 2x - \sqrt{3}\cos x = 0$	3. $\sqrt{3}\sin x - \sin 2x = 0$
4. $3\mathrm{tg}\,x - \mathrm{ctg}\,x = 2$	4. $\mathrm{tg}\,x - 2\mathrm{ctg}\,x = -1$
5. $2\sin^2 x + 13\sin x\cos x + 6\cos^2 x = 0$	5. $\sin^2 x + 9\sin x\cos x + 14\cos^2 x = 0$
6. $6\sin^2 x + 13\sin x\cos x + 7\cos^2 x = 3$	6. $4\sin^2 x + 11\sin x\cos x + 14\cos^2 x = 2$
7. $7\sin 2x + 2 = 18\cos^2 x$	7. $7\sin^2 x + 5\sin 2x + 3\cos^2 x = 0$
8. $2\sin^2 x + 9\sin 2x = 10\cos 2x + 10$	8. $13\sin 2x + 13 = -5\cos 2x$
9. $\cos 7x + \cos x = 0$	9. $\sin x + \sin 5x = 0$
10. $\cos x + \cos 3x = \cos 2x$	10. $\sin 2x + \sin 6x = \cos 2x$

§3. Логико-дидактический анализ.

I. Цели обучения теме.

Основная цель:

1. Формирование представлений о решении тригонометрических уравнений на числовой окружности, об арккосинусе, арксинусе, арктангенсе и арккотангенсе.
2. Овладение умением решения тригонометрических уравнений методом введение новой переменной, разложения на множители.
3. Формирование умений решения однородных тригонометрических уравнений.
4. Расширить и обобщить сведения о видах тригонометрических уравнений.

Календарно-тематическое планирование по теме «Тригонометрические уравнения» (10 часов):

№ урока	Тема урока	Количество часов
1	Первые представления о решении тригонометрических уравнений.	1
2	Арккосинус. Решение уравнения cos t=a.	1
3	Арксинус. Решение уравнения sin t=a.	1
4	Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений tg x=a, ctg x=a.	1
5	Тригонометрические уравнения.	5
6	Контрольная работа.	1

Изучение данной темы позволяет

- Учащимся овладеть конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, развития умственных способностей, умение извлекать учебную информацию на основе сопоставительного анализа графиков, самостоятельно выполнять различные творческие работы.
- Учащихся демонстрируют теоретические и практические знания о видах тригонометрических уравнений; умение решения разными методами

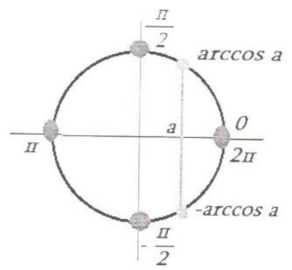
тригонометрические уравнения. Умеют использовать элементы причинно-следственного и структурно-функционального анализа.

- Учащиеся могут свободно пользоваться знаниями о видах тригонометрических уравнений; умение решения разными методами тригонометрические уравнения. Владеют навыками контроля и оценки своей деятельности, умением предвидеть возможные последствия своих действий.

II. Анализ содержания темы.

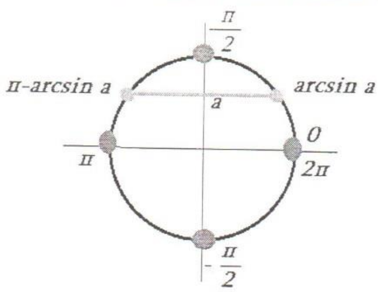
1) Уравнение cos t=a.

-1< t < 1	$t = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$
a = 1	$t = 2\pi n,\ n \in Z$
a = -1	$t = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$
a = 0	$t = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
a > 1 и a < -1	уравнение не имеет корней



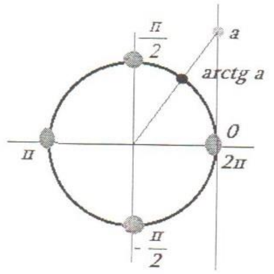
2) Уравнение sin t=a.

-1< t < 1	$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k,\ k \in Z$
a = 1	$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$
a = -1	$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z;$
a = 0	$t = \pi n,\ n \in Z$
a > 1 и a < -1	уравнение не имеет корней



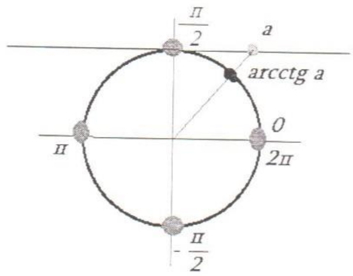
3) Уравнение tn t=a.

При любом $a \in R$, $x = \text{arctg } a + \pi n$, $n \in Z$.



4) Уравнение ctn t=a.

При любом $a \in R$, $x = \text{arcctg } a + \pi n$, $n \in Z$.



III. Методы решения тригонометрических уравнений:

Форма метода	Способ реализации
I. Простейшие уравнения.	
1) sin x=a, cos x=a, tg x=b, ctg x=b	1) Использование определений тригонометрических функций и свойства периодичности. 2) Использование графиков тригонометрических функций и свойства периодичности. 3) Использование формул.
2) Уравнения, сводящиеся к простейшим: а) $k \cdot f(x)=a$	4) Решение линейного уравнения $k \cdot x=a$, а затем один из трех способов.

б) $f(n\cdot x+m)=a$ в) $f^2(x)=a$	5) Использование одного из трех способов, решение линейного уравнения. 6) Решение неполного квадратного уравнения, использование одного из трех способов. 7) Понижение степени, решение соответствующего алгебраического уравнения, использование одного из трех способов.
3) Уравнения, сводящиеся к (1) и (2).	8) Тождественное преобразование тригонометрических выражений, формула введения вспомогательного элемента.
II. Метод замены переменной.	
1) Уравнения алгебраические относительно одной из тригонометрических функций.	1) Применение способа решения соответствующего алгебраического уравнения.
2) Уравнения, сводящиеся к алгебраическим относительно одной из тригонометрических функций: а) однородные относительно sin и cos; б) содержащие различные тригонометрические функции одного аргумента; в) содержащие различные тригонометрические функции различных тригонометрических аргументов.	2) Сведение к алгебраическому относительно tg и ctg. 3) Использование основных соотношений между тригонометрическими функциями одного аргумента. 4) Применение универсальной тригонометрической подстановки. 5) Использование формул двойного аргумента. 6) Использование формул приведения. 7) Использование формул

	понижения степени.
III. Метод разложения на множители.	
1) Разложение тригонометрических уравнений на множители при помощи алгебраических приемов.	1) Вынесение общего множителя. 2) Способ группировки. 3) Формулы сокращенного умножения.
2) Использование формул тригонометрии для разложения на множители.	4) Сумма и разность одноименных тригонометрических уравнений.
3) Уравнения, сводящиеся к однородному из указанных видов.	5) Использование формул 1±sinx, 1±cosx. 6) Использование различных приемов тождественных преобразований тригонометрических уравнений.
IV. Метод перехода.	

Глава II: Методические рекомендации обучения теме «Методика обучения тригонометрическим уравнениям».

§1. Набор задач по теме «Тригонометрические уравнения».

1. Самостоятельные работы.

Самостоятельная работа 1

Простейшие тригонометрические уравнения

Вариант 1

А1. Вычислите $a)\ \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\acute{a})\ \arccos\frac{1}{2}$.

А2. Решите уравнение

$\grave{a})\quad 2\sin \tilde{o} = 1$; $\acute{a})\cos 3x = -1$; $\hat{a})\sin \tilde{o} = \frac{3}{5}$.

А3. Решите уравнение $\cos 2x = 0$.

Вариант 2

А1. Вычислите $a)\ \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\acute{a})\ \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.

А2. Решите уравнение

$\grave{a})\quad \sqrt{2}\sin \tilde{o} = -1$; $\acute{a})\cos 2x = 1$; $\hat{a})\cos \tilde{o} = \frac{3}{11}$.

А3. Решите уравнение $\cos\left(\frac{x}{2} + \pi\right) = 0$.

Самостоятельная работа 2

Тригонометрические уравнения

Вариант 1

A1. Вычислите а) $arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$; á) $3arctg\sqrt{3} - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.

A2. Решите уравнение а) $\sin x + \frac{1}{2} = 0$; б) $ctg^2 x = 3$; в) $tg\frac{x}{2} = \sqrt{3}$.

B1. Решите уравнение $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 = 0$.

B2. Решите уравнение $\left(2\sin\frac{x}{3} - 1\right)(\cos 3x - 2) = 0$.

Вариант 2

A1. Вычислите а) $\text{arñtg}\frac{1}{\sqrt{3}}$; á) $6arctg\left(-\sqrt{3}\right) - 6\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$.

A2. Решите уравнение а) $\cos(-x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $tg^2 x = 3$; в) $tg\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B1. Решите уравнение $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$.

B2. Решите уравнение $\left(2\cos\frac{x}{2} - \sqrt{2}\right)(\sin 5x + 2) = 0$.

Самостоятельная работа 3

Тригонометрические уравнения

Вариант 1

А1. Решите уравнение : а) $2\sin x - \frac{1}{2} = 0$; б) $\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 0$.

А2. Решите уравнение : $4\sin^2 2x = 3$.

В1. Решите уравнение $\sin x \cdot \cos x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0.$

В2. Решите уравнение $\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x = 0.$

С1. Сколько нецелых корней имеет уравнение $\sqrt{4 - x^2} \cdot \left(\sin^7 x - \cos^7 x\right) = 0$?

Вариант 2

А1. Решите уравнение : *а)* $2\sin x + \frac{1}{2} = 0$; *б)* $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$.

А2. Решите уравнение : $4\cos^2 3x = 1$.

В1. Решите уравнение $3tgx - 3ctgx = 8.$

В2. Решите уравнение $\sin^2 x - 5\sin x \cdot \cos x + 4\cos^2 x = 0.$

С1. Сколько корней имеет уравнение $\left(2\cos^2 \frac{x}{2} - 1\right)\sqrt{25 - 4x^2} = 0$.

Самостоятельная работа 4

Тригонометрические уравнения

Вариант 1

А1. Решите уравнение : а) $\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)+1=0$; б) $\sin x-\frac{1}{\sqrt{3}}\cos x=0$.

А2. Решите уравнение : $\frac{1}{ctgx}-\sqrt{3}=0$.

В1. Решите уравнение $1+\sin x\cdot\cos 2x=\sin x+\cos 2x.$

В2. Решите уравнение $6\sin^2 x+4\sin x\cdot\cos x+4\cos^2 x=3.$

С1. Решите уравнение $x^2-6x+12=\left(\sqrt{3}-\sin\frac{\pi}{3}x\right)\left(\sqrt{3}+\sin\frac{\pi}{3}x\right).$

Вариант 2

А1. Решите уравнение : а) $0,5\cos 2x=\cos 2x$; б) $\sqrt{3}\sin x+\cos x=0$.

А2. Решите уравнение : $1+tg\left(x+1\right)=0$.

В1. Решите уравнение $1+\sin 2x\cdot\cos x=\sin 2x+\cos x.$

В2. Решите уравнение $5\sin^2 x-5\sin x\cdot\cos x+2\cos^2 x=1.$

С1. Решите уравнение $\sqrt{\left(\cos 0,5x-3\right)^2}-\sqrt{4\cos^2 0,5x-12\cos 0,5x+9}=1$.

2. Контрольная работа.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\sin x = -0{,}5\sqrt{2}$

б) $2\cos 2x - 1 = 0$

в) $2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -1$

2. Решите уравнение.

а) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

б) $4\sin^2 x + 4\cos x - 1 = 0$

в) $2tqx - ctqx + 1 = 0$

3. Решите уравнение и найдите его корни, принадлежащие указанному отрезку:

а) $\sqrt{3}\sin 4x + \cos 4x = 0$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Вариант 2

а) $\sin x = 0{,}5\sqrt{3}$

б) $2\cos 3x = \sqrt{3}$

в) $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$

а) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

б) $6\cos^2 x + 7\sin x - 8 = 0$

в) $2tqx + ctqx - 3 = 0$

а) $\sqrt{3}\sin 6x - 3\cos 6x = 0$, $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$